Werkblad 6. Magisch vierkant

Een *magisch vierkant* is een vierkant met getallen (evenveel rijen als kolommen), waarbij elke rij, elke kolom en elke diagonaal dezelfde som heeft. Die som heet de *magische som*. Bekend is het 3x3-voorbeeld. Ga na dat de magische som hiervan 15 is.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

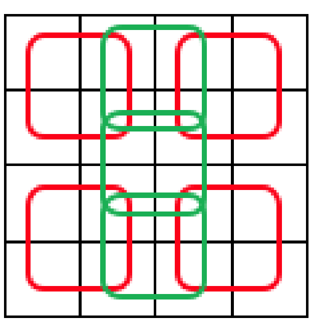
We gaan zelf 4x4-magische vierkanten maken

- In de eerste rij vullen we willekeurige getallen in, bijvoorbeeld 10, 20, 30 en 40. Hiermee is de magische som vastgelegd; in dit geval 100. Hieronder zie je hoe de andere rijen kunnen worden ingevuld, zo dat er een magisch vierkant ontstaat.

10	20	30	40

10	20	30	40
38	32	22	8
22	8	38	32
30	40	10	20

- Ga na dat het inderdaad een magisch vierkant is: de rijsommen, kolomsommen en diagonaalsommen zijn alle tien hetzelfde.
- Maar het vierkant is nóg fraaier. De vier getallen linksboven hebben dezelfde magische som. En zo ook elk van de andere zes 2×2-vierkanten die hieronder met een kring zijn aangegeven.



Opdracht

a. Zoek uit hoe de truc werkt. Dat wil zeggen: als iemand vier getallen in de eerste rij zet, moet jij deze snel kunnen aanvullen tot een magisch vierkant. Als dat gelukt is, kun je je vrienden verbazen. Laat iemand de eerste rij invullen en jij maakt er een magisch vierkant van. De truc is makkelijk te onthouden. Je moet wel even oefenen en de schema's goed in je hoofd hebben. Dan kun je de berekeningen snel uitvoeren.

b. Noem de getallen in de eerste rij a, b , c en d. Wat zijn dan de andere twaalf getallen? Klopt het dat de zeventien sommen alle de magische som opleveren? Zo doe je dat. In deze opdracht is het gebruik van variabelen (liefst vier) zinvol om duidelijk te krijgen waarom het vierkant magisch is. Er wordt alleen opgeteld. Nodig: lege vellen met 4×4-vierkanten

Verklaring

Noem de getallen die in de eerste rij gekozen worden: a, b, c, d. Vul deze vier variabelen in de tweede, derde en vierde rij in, maar in een andere volgorde. Zie het linker vierkant hieronder. Dan heb je een magisch vierkant. Ga maar na dat de rijen, kolommen en diagonalen alle tien dezelfde som geven: $a+b+c+d$. Bovendien hebben de zeven 2×2-vierkanten die met een kring waren aangegeven deze magische som. Maar van dit vierkant ziet men meteen hoe het gemaakt is. Dat wordt verdoezeld door bij de twaalf getallen iets op te tellen, en wel volgens een constant schema. Dit constante optelschema is zelf ook een magisch vierkant, en wel met magische som 0.

a	b	c	d
d	c	b	a
b	a	d	c
c	d	a	b

+

0	0	0	0
-2	2	2	-2
2	-2	-2	2
0	0	0	0

=

a	b	c	d
$d-2$	$c+2$	$b+2$	$a-2$
$b+2$	$a-2$	$d-2$	$c+2$
c	d	a	b

Tel in het resultaat maar de vier getallen in (bijvoorbeeld) de derde kolom op: er komt $a+b+c+d$ uit. Zo ook de andere zestien sommen; steeds is die $a+b+c+d$.

Tips en variaties

De getallen in de eerste rij van het voorbeeld (10, 20, 30 en 40) zijn zo gekozen dat snel vermoed kan worden hoe de getallen in de tweede, derde en vierde rij met die in de eerste rij samenhangen. Dat is lastiger als je in de eerste rij bijvoorbeeld 8, 4, 6 en 5 invult; zie hieronder. Op deze manier kun je er zelf een heel aantal bedenken.

8	4	6	5
3	8	6	6
6	6	3	8
6	5	8	4