

Getalbegrip: een noodzakelijke voorwaarde voor het leren rekenen

Tom Braams en Dominique Denis

Tijdschrift voor Remedial Teaching, 2003,

Dat getalbegrip zeer belangrijk is, is een open deur. Zonder getalbegrip verwordt rekenen tot het uitvoeren van trucjes. Bij kinderen met rekenproblemen is er vaak sprake van onvoldoende getalbegrip. Er is een duidelijke parallel te trekken tussen het getalbegrip bij het leren rekenen en het foneembewustzijn bij het leren lezen en spellen. In dit artikel is zeer uitgebreid gebruik gemaakt van een artikel van Gersten en Chard (1999).

De parallel met lezen en spellen

De kennis op het gebied van leren lezen is veel groter dan die op het gebied van rekenen. De wetenschappelijke literatuur op het gebied van lezen en van leesproblemen is zo omvangrijk dat zij voor onderzoekers nauwelijks meer is te overzien. Over dyslexie verschijnen jaarlijks honderden artikelen. Op het gebied van rekenen is dit heel anders. Met name over rekenproblemen en rekenstoornissen is nog maar weinig bekend. Hoewel rekenstoornissen evenveel voor lijken te komen als stoornissen, internationaal gaat men ook van 4 tot 6 procent uit, is dit nog een weinig ontgonnen gebied.

Er is tegenwoordig een algemene consensus dat voor een goed leesbegrip een behoorlijke mate van automatisering van het technisch lezen noodzakelijk is. Er wordt daarom veel moeite gedaan om kinderen met leesproblemen vloeiend te leren lezen. Foneembewustzijn is daarvoor een kritische vaardigheid. Foneembewustzijn is het inzicht dat worden zijn opgebouwd uit klanken. Hoewel dit inzicht niet noodzakelijk is voor spreken en horen, is het essentieel voor het leren lezen (Wagner & Torgesen, 1987). Foneembewustzijn is echter niet altijd makkelijk te leren voor kinderen. Fonemen zijn abstracte eenheden. Als iemand een woord uitspreekt, spreekt hij geen series discrete fonemen uit. Fonemen beïnvloeden elkaar als ze achter elkaar worden uitgesproken (dit wordt 'coarticulatie' genoemd). Hoewel de meeste jonge kinderen geen problemen hebben met het segmenteren van woorden in syllaben, vinden sommige het moeilijk om te segmenteren op het niveau van fonemen. Foneembewustzijn is echter niet voldoende om tot vloeiend lezen te komen. Om tot een behoorlijke mate van automatisering te komen is het nodig dat een kind heel veel leeservaring opdoet.

Bij het leren rekenen is er ook een vaardigheid die kritisch is voor een groeiende competentie. Dit is het *getalbegrip*. De paral-

lel met foneembewustzijn kan heel duidelijk worden getrokken. Getalbegrip heeft te maken met het gemak en de flexibiliteit waarmee getallen worden gebruikt, het gevoel voor wat cijfers betekenen en de vaardigheid om mentale rekensommetjes te maken. Het is moeilijk om het concept getalbegrip goed te definiëren. Kinderen met een goed getalbegrip kunnen gemakkelijker heen en weer schakelen tussen hoeveelheden die ze in hun dagelijkse wereld tegenkomen en de wereld van getallen en numerieke operaties. Ze kunnen hun eigen procedures voor het uitvoeren van numerieke operaties uitvinden. Ze kunnen een getal op verschillende manieren presenteren, afhankelijk van de context en het doel van deze representatie. Ze maken gebruik van bekende getallen als referentiepunten en herkennen patronen in reeksen getallen. Ze hebben een goed gevoel voor de grootte van getallen en merken opvallende numerieke fouten op. Tenslotte kunnen ze denken of praten over de kenmerken van een numerieke probleem, zonder dat ze de precieze berekening uitvoeren (R. Case, in: Gersten en Chard, 1999).

Ontwikkeling van getalbegrip

Veel kinderen ontwikkelen al een getalbegrip voordat ze naar de kleuterschool gaan, door de contacten met ouders, broertjes en zusjes. Sommige kinderen ontwikkelen nog geen getalbegrip voordat ze formeel rekenonderwijs krijgen. Het ene kind weet al dat 8 drie groter dan 5 is en heeft een aanpak om dat op zijn vingers of met blokjes uit te rekenen, terwijl het andere alleen weet dat 8 meer dan 5 is. Een goed getalbegrip lijkt niet alleen tot het automatische gebruiken van rekenprocedures, maar is ook een basisvaardigheid bij het oplossen van sommen. Om te weten dat 15 verder weg ligt van 8 dan van 11 moet je een bewustzijn hebben van $8 + 7$ en van $8 + 3$. Voordat kinderen naar school gaan, hebben ze vaak al een behoorlijk begrip van getallen. Als kinderen drie of vier jaar zijn, kunnen ze

twee kleine getallen vergelijken en vaststellen welke groter is en welke kleiner.

Het getalbegrip wordt door omgevingvloeden gefaciliteerd. Net als bij fonembewustzijn, kan de omgeving het getalbegrip stimuleren door 'informeel onderwijs' door broertjes en zusjes, ouders en andere volwassenen. Net zoals er in sommige gezinnen meer aandacht is voor lezen, letters en klinken, is er in sommige gezinnen ook meer informeel onderwijs over getallen en begrippen die met getallen te maken hebben zoals 'meer en minder' of 'dubbel zoveel'.

Getalbegrip lijkt een intuïtief begrip waarvan iedereen ongeveer weet wat ermee bedoeld wordt, maar wat weinig precies is omschreven. Toch is het meer dan een 'common sense' begrip. Er komt steeds meer wetenschappelijk onderzoek waaruit blijkt dat er een relatie is tussen getalbegrip en de onderliggende problemen bij rekenstoornissen (Geary, 1993). Ook lijkt het erop dat instructie die op het verbeteren van getalbegrip gericht is, leidt tot minder uitvallers in het aanvankelijk rekenen (Griffin e.a., 1994). Men denkt ook dat kinderen die veel rekensommetjes uit hun hoofd hebben moeten leren en die daarna algoritmes leerden voor de rekenbewerkingen, vaak onvoldoende getalbegrip ontwikkelen.

Net als bij de instructie van fonembewustzijn is het ook nog niet zo duidelijk hoe men kinderen het beste een goed getalbegrip kan aanleren. Net zoals een goed fonembewustzijn onvoldoende is om vloeiend te leren lezen, is een goed getalbegrip onvoldoende voor het ontwikkelen van problemenoplossende vaardigheden die bij het rekenen nodig zijn.

Automatisering

Zowel bij leesproblemen als bij rekenproblemen is er veel aandacht voor het automatiseren van basale kennis. Men ging ervan uit dat de kernmoeilijkheid bij rekenproblemen was dat kinderen de basale rekenfeiten (optellen en aftrekken tot 20, de tafels van vermenigvuldiging) onvoldoende automatiseren. Uit onderzoek blijkt dat kinderen zonder rekenproblemen op twaalfjarige leeftijd drie keer zoveel basale rekenfeiten beschikbaar als leeftijdgenoten met rekenproblemen. Dit gebrek aan automatisering heeft verregaande gevolgen. Hoe meer een kind moeite moet doen voor het uitrekenen van eenvoudige sommen, hoe minder capaciteit het werkgeheugen beschikbaar heeft voor het verwerken van, overdenkend van en redeneren met gegeven informatie. Als een leraar aan de hand van een praktijksituatie uit het dagelijks leven een probleem bespreekt en een kind heeft geen automatische toegang tot feiten zoals dat 32 acht meer is dan 24 en het dubbele van 16, dan kan het gebeuren dat het de

discussie in de klas over het onderwerp in kwestie nauwelijks begrijpt. Woodward en Baxter (1997) vonden dat leerlingen met rekenproblemen zich minder ontwikkelden als in de klas een rekenmethode werd gebruikt die meer op discussiëren gebaseerd was, dan als de klas een traditionele rekenmethode gebruikte. Ook hier is de parallel met leesproblemen duidelijk te trekken: kinderen waarbij het lezen onvoldoende is geautomatiseerd, begrijpen vaak de tekst niet goed.

In de klas is een discussie over het oplossen van de som $29 + 14$. De kinderen werkten in groepjes en bespraken met elkaar hoe ze de som oplosten.

- *Verdelen in tientallen en eenheden.* Een leerling van het eerste groepje heeft eerst de 20 en de 10 opgeteld: dit is 30. Toen de 9 en de 4, dat is 13. Toen de 10 van de 13 bij de 30 en daarbij de 3, dat is 43.
- *Bijtellen of aftellen.* Een leerling van het tweede groepje vertelt dat ze eerst de tientallen erbij heeft geteld: $29 + 39$. En daarna de 4 erbij: $40 + 41 + 42 + 43$.
- *Gebruik maken van makkelijke getallen.* Makkelijke getallen zijn veelvoud van 10 of andere getallen waarmee je makkelijk kunt werken. Een leerling van het derde groepje zegt: 'Ik weet dat $30 + 15$ is 45. $29 + 14$ is twee minder, dus het is 43'.
- *Vertalen in een nieuw probleem.* Een leerling van het vierde groepje heeft van de 14 er eentje afgenomen en bij de 29 gedaan om er 30 van te maken. Toen had hij $30 + 13$, en dat is $30 + 10 + 3$ en dat is 43.

Het voorgaande verklaard dat er op scholen veel aandacht gericht is op het automatiseren van rekenkennis bij kinderen met rekenproblemen. Als de kinderen met rekenproblemen een behoorlijke mate van automatisering zouden kunnen bereiken, dan zouden ze meer aandacht kunnen geven aan hogere-orde processen zoals het redeneren over de inhoud van de rekenproblemen. In een wetenschappelijk onderzoek moesten leerlingen met behulp van 'drill-and-practice' software dagelijks oefenen totdat ze de rekenfeiten vlot konden reproduceren. Dit leidde tot behoorlijke resultaten. Het probleem met deze oefeningen was dat er geen rekening mee werd gehouden dat een rekensom een probleem representeert waarvoor problemenoplossende strategieën moeten worden geleerd, die ook voor ingewikkelder rekenproblemen van belang zijn. Voor een jong kind is de som $3 + 8$ moeilijker dan de som $8 + 3$, want bij de eerste som moet je acht bijtellen en bij de tweede som maar drie. Het is belangrijk dat

het kind leert dat je bij $3 + 8$ ook kunt beginnen met het grotere getal en dan het kleinere getal erbij op kunt tellen (dit wordt de 'minstrategie' genoemd). Kinderen die deze minstrategie zelf uitvinden, worden vaak goede rekenaars. Als kinderen deze strategie niet weten te leren, kan men later rekenproblemen verwachten. Het is dus niet alleen belangrijk om rekenkennis te automatiseren, maar ook om rekenstrategieën aan te leren. Het gaat niet alleen om het leren van de uitkomsten van sommen, maar ook om rekenproces.

De strategie van het optellen is veel kinderen nog goed te leren. Je kunt de hoeveelheden omdraaien (de commutatieve eigenschap) en op een handige manier optellen. Vraag je naar een verhaaltje bij zo'n som dan lukt dat. Leerkrachten maken zich niet druk over het feit of de eerste hoeveelheid het eerst genoemd wordt of de tweede hoeveelheid.

Een zwakke rekenaar toont zijn zwakte bij de minsommen. Laat je dan bij een som een verhaaltje vertellen of een som maken bij een verhaaltje, dan ziet hij de beginhoeveelheid helemaal niet. Wegpakken, eraf halen, minderen, al die woorden zeggen hem niks. Bij een minsom *heb je* alleen de eerste hoeveelheid en wat je eraf haalt heb je niet.

Vaak wordt ook dan de commutatieve eigenschap toegepast: er wordt begonnen met het grootste getal. Bij de som $13-8$ haalt het kind dan de 3 van de 8 af.

Een probleem bij het aanleren van rekenstrategieën is dat strategieën vaak moeilijk generaliseren: kinderen met rekenproblemen hebben moeite om de strategieën in nieuwe situaties toe te passen. Ook kunnen strategieën overgegeneraliseerd worden (zie het bovenvermelde voorbeeld). Volwassenen onderschatten vaak de tijd die het een kind kost om zo'n nieuw geleerde strategie consistent te leren gebruiken. Shrager & Siegler (1998) gebruikten voor het aanleren van deze strategieën 'uitdaagproblemen': dit zijn problemen die bijzonder moeilijk op te lossen zijn zonder het gebruik van de strategie en tamelijk makkelijk met het gebruik van de strategie.

Aanleren van getalbegrip

Het gebrekkige getalbegrip wordt bij jonge kinderen vaak veroorzaakt door gebrek aan ervaring in het omgaan met getallen. Kinderen hebben onvoldoende in de gaten dat getallen hoeveelheden representeren. Het doel van het onderwijs in de kleuterklassen zou daarom moeten zijn dat kinderen een uitgewerkt getalschema ontwikkelen, waarmee ze

een variëteit van optel- en aftrekproblemen kunnen oplossen. Ze moet hiervoor reken-symbolen leren (getallen, de plus-, min- en is-gelijk tekens) en een gevoel voor de getallenlijn krijgen. Ook lijkt het goed om kinderen te laten vertellen wat ze hebben begrepen en hoe ze een probleem hebben opgelost. Het verbaliseren van hun begrip van dat moment en de feedback die daarop wordt gegeven, bevordert het leren.

Wat het *is-gelijk teken* (=) betekent, is bij veel kinderen niet bekend. Met een echte weegschaal (Schubi rekenmateriaal) kun je aan de handen van de weegschaal plastic kaartjes hangen. Als je links 4 hangt, dan moet je rechts bij de 1 de 3 hangen of bij de 2 nog een 2. Dat het teken '=' *is gelijk aan* betekent, is soms een openbaring. Is de som aan de weegschaal niet gelijk, dan is de som dus fout.

Net als een voorschotbenadering voor het lezen en spellen in groep 2 lees- en spellingproblemen in groep 3 kan voorkomen (zie Smits, 2000), zo kan ook een voorschotbenadering bij kinderen met weinig getalbegrip ertoe leiden dat ze beter zijn voorbereid op het leren rekenen in groep 3. Dit kan kinderen helpen onder getalbegrip te ontwikkelen terwijl er tevens wordt gewerkt aan rekenen vaardigheden en vaardigheden in probleemoplossen.

Een kind komt tot een goed getalbegrip wanneer classificatie en seriatie tot een geheel versmolten zijn. onder classificatie wordt verstaan het ordenen van objecten volgens overeenkomsten (bijvoorbeeld naar vorm, kleur, etc en onder seriatie het rangschikken van objecten op een of meer dimensies in een dalende of stijgende lijn.

Toegesplitst op hoeveelheden: de hoeveelheid drie behoort tot de klasse waartoe de verzamelingen met drie elementen behoren en binnen een reeks is drie een meer dan twee en een minder dan vier. Deze twee eigenschappen zijn veel verwerkt in de kleutermaterialen.

Waar het onderdeel ordenen het meest voorkomt is niet alleen in de materialen van de kleuters, maar voor een belangrijk deel in het opruimen. Aan het einde van een les moeten de spullen weer terug in de kast. Veel kleuterjuffen laten alle materialen keurig ordenen door de kinderen. Er zijn kinderen bij die dit heel prettig vinden en anderen hebben er de grootste moeite mee. Kleuterleerkrachten realiseren zich doorgaans niet dat dit een goede voorbereiding voor het rekenen is.

Bij het begrip van de getallenlijn is de repe-terende opbouw hiervan zeer belangrijk. Maak de lijn net als bij het lezen van links naar rechts. Gebruik daarvoor goedkope pa-pieren centimeters van de bouwmarkt en knip die dan samen met de kinderen in stuk-ken van tien. De herhaling is voor veel kin-deren een openbaring. Ook kun je de getal-lenlijn verticaal voorstellen, bijvoorbeeld als een thermometer. Op deze manier wordt 'groter' aan 'hoger' gekoppeld en 'kleiner' aan 'lager'.

Een andere remedial teacher timmerde sa-men met een kind een lat met honderd spij-kertjes en gebruikte voor de tientallen kope-ren spijkers. Het kind vond dat toch wel veel werk. Honderd was veel... Meer dan... Toen begon er wat getalbegrip op gang te komen. Dit is veel werk, maar het had succes. Ging je naar rechts dan werden het er steeds meer en naar links minder.

Net zoals bij het lezen het belangrijk is dat er een bewustzijn van fonemen ontwikkelt, moet er bij het rekenen een getalbegrip ont-wikkelen waardoor het kind efficiënte reken-strategieën gaat gebruiken. Om de eerder beschreven min-strategie te kunnen toepas-sen, is echter meer nodig dan alleen een goed getalbegrip. Er is ook een zekere mate van automaticiteit nodig van relevante reken-feiten en een kind moet probleemoplossende strategieën leren toepassen. Deze drie com-ponenten zijn essentieel voor het oplossen van basale reken problemen.

Naast een gebrek aan ervaring in het omgaan met getallen kunnen er ook cognitieve problemen ten grondslag liggen aan re-kenproblemen. Onderzoek door neuropsycholo-gen en cognitieve psychologen in de negen-tiger jaren wijst uit dat er een drietal onder-liggende tekorten kunnen worden onder-scheiden (Geary, 1993; Braams, 2000). Het eerste tekort heeft met name met het getal-begrip te maken. Veelal is er dan sprake van visueel-ruimtelijke problemen waardoor kin-deren meer moeite hebben met het plaatsen van cijfers in de getallenlijn.

Getallen staan altijd in het platte vlak. Het gebruik van materiaal maakt het inzichtelij-ker wat je bij getallen moet voorstellen. In de scholen maken ze in groep 3 gebruik van het rekenrekje. Als je niet kunt rekenen dan wordt er in groep 4 nog materiaal bij gepakt. Veel kinderen vinden het pakken van materiaal een vorm van erkennen of openlijk laten zien aan anderen dat ze niet kunnen rekenen. Remedial teachers moeten vaak een strijd met kinderen aangaan om ze te laten rekenen met hoeveelheden. De re-kendoos van de methode Spectra werkt heel

goed als je hoeveelheden tot 1000 wil laten zien. Met de getalwaardedoos kun je bij de hoeveelheden laten zien dat 624 uit 600, 20 en een 4 bestaat. De nullen zitten verstopt onder de 2 en de 4. Daarom zie je ze niet.

Het tweede tekort betreft het gebruik van procedures: kinderen die hier last van heb-ben, hebben moeite met de aanpak van een rekenprobleem.

Problemen met rekenprocedures

- Kinderen moeten van links naar rechts leren lezen. Dat doen ze ook bij het schrijven van de getallen. In Nederland krijg je bij getallen echter te maken met het probleem dat je bij getallen tussen tien en honderd eerst het tiental moet schrijven en dan de eenheden, terwijl je eerst de eenheden noemt. Nog moeilij-ker wordt het als je gaat rekenen met getallen boven de honderd. Als een kind heeft geleerd de tientallen voorop te schrijven wordt het getal honderd een en twintig opgeschreven als 211.
- Een kind dat altijd de tientallen van de eenheden scheidt om ze op te tellen ($53 + 16 = 50 + 10 + 3 + 6 = 69$), deed dit ook bij de minsommen: $63 - 27 = 60 - 20 - 7 - 3 = 30$.
- De deling $30 : 3$ levert een verrassend resultaat op: 90. De keersommen waren zo lang geoefend en zo herkenbaar dat het omschakelen naar delen problemen oplevert.
- $630 + 3 = 930$. 'Je telt toch het eerst en het eerste getal bij elkaar'.
- $6 \times 13 = ?$ 'Dat is eenvoudig: $6 \times 3 = 18$ en dan $18 \times 10 = 180$ '.

Het derde tekort heeft niet zozeer met het reken begrip te maken maar met het auto-matiseren. Deze kinderen rekenen traag en maken vaak vrij veel rekenfouten. Bij veel van deze kinderen is er tevens sprake van een fonologische problematiek die ook tot lees- en spellingproblemen leidt (dyslexie).

Een interessante benadering om tafels te le-ren is deze inzichtelijk te maken en kinderen gebruik te leren maken van de systematiek die in de tafels zit. Als het automatiseren moeizaam verloopt, moet je terug kunnen vallen op handige en snelle manieren om tot oplossingen te komen. Op <http://www.naturalmath.com/mult/> staat een methode beschreven waarmee je een kind kan laten zien hoeveel systematiek er in de tafels zit.

Het is belangrijk zich te realiseren dat erbij kinderen met rekenproblemen vaak sprake is van meerdere problemen tegelijk. Ook lijkt het ene probleem vaak tot een volgend probleem: een gebrekkig getalbegrip zal vaak leiden tot problemen met automatisering.

Praktische implicaties

In dit artikel is geprobeerd duidelijk te maken dat een goed getalbegrip de voorwaarde is voor het leren rekenen net zoals fonemebewustzijn een voorwaarde is voor het leren lezen en spellen. Zowel bij het lezen en spellen als bij het rekenen moet de basis hiervoor al in de kleuterklassen gelegd worden. Rekenbegrip is voor een groot deel getalbegrip. Instructie moet minder gericht zijn op het uitrekenen en meer op het rekenbegrip. Het oefenen is vaak teveel gericht op het leren beheersen van rekenalgoritmes en geeft te weinig gelegenheid aan leerlingen om uit te leggen hoe ze tot een oplossing zijn gekomen. 'Drill and practice' van eenvoudige sommetjes is onvoldoende om getalbegrip en rekenkundig redeneren te ontwikkelen. Getalbegrip en kennis van rekenprocedures moeten hand in hand ontwikkelen, waarbij een toename van kennis van het ene vaak een toename van kennis van het andere bevordert.

Kinderen met rekenproblemen hebben vaak moeite met het abstraheren van principes uit hun rekenervaringen, en hebben daar hulp bij nodig. We komen daar bij een laatste parallel met lees- en spellingproblemen: effectieve instructie en het vergroten van de hoeveelheid instructietijd heeft meer effect dan het vergroten van de hoeveelheid verwerkingstijd.

Literatuur

Braams, T. (2000), Dyscalculie, een verzamelnaam voor uiteenlopende stoornissen. *Tijdschrift voor remedial teaching*, 2000/4, 6-11.

Geary, D.C. (1993), Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological and genetic components. *Psychological bulletin*, 114, 345-362..

Gersten, R en D. Chard (1999), Number sense: rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *Journal of special education*, 44, 18-28.

Griffin, S.A., R. Case & R.S. Siegler (1994), Rightstart: providing the central conceptual prerequisites for first formal learning of arithmetic to students at risk for school failure. In: K. McGilly (ed.), *Classroom lessons: integrating cognitive theory and classroom practice*. Cambridge, MA: MIT Press.

Shrager, J. en R.S. Siegler (1998), SCADS: a model of children's strategy choices and strategy discoveries. *Psychological sciences*, 9, 405-422.

Smits, A. (2000), Risicokleuters helpen. Lezen en spellen. *Tijdschrift voor remedial teaching*, 2000/3, 24-28.

Wagner, R.K. en J.K. Torgesen (1987), The nature of phonological processing and its causal role in the acquisition of reading skills. *Psychological Bulletin*, 101, 192-212.

Woodward, J. en J. Baxter (1997), The effects of an innovative approach to mathematics on academically low-achieving students in inclusive settings. *Exceptional children*, 63, 373-388.